Tietojenkäsittelytieteen yhteisvalinta 22.5.2009

Tehtävä 3: Survo-ristikko
Ratkaisut

Kysymys 1.

(a) Ei. Ristikossa on kolme riviä ja neljä saraketta, joten siinä saa käyttää ainoastaan lukuja $1, 2, \ldots, 12$. Taulukossa esiintyy kuitenkin luku 13. Myös sarakesummien ja rivisummien yhteenlasketut summat (78 ja 82) eroavat toisistaan.

(b) Kyllä.

	A	**B**	**C**	**D**	
1	1	4	2	7	14
2	3	8	5	11	27
3	6	10	9	12	37
	10	22	16	30	

(c) Ei. Ristikossa esiintyy luku 6 kaksi kertaa.

(d) Ei. Rivin 1 summaksi tulee vähintään $1 + 2 + 4 + 5 = 12 > 9$ (luku 3 on jo käytetty). Myös sarakesummien ja rivisummien yhteenlasketut summat (57 ja 57) eroavat taulukon kaikkien lukujen summasta: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$.

Kysymys 2.

(a) Ratkaistu ristikko:

	A	**B**	**C**	**D**	
1	7	6	4	8	25
2	1	5	3	2	11
	8	11	7	10	

(b) Rivi 1 voidaan osittaa ainoastaan yhdellä tavalla: $25 = 4 + 6 + 7 + 8$ ja rivi 2 ainoastaan yhdellä tavalla $11 = 1 + 2 + 3 + 5$. Sarakesummat on mahdollista osittaa seuraavilla tavoilla: $8 = 1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5$, $11 = 3 + 8 = 4 + 7 = 5 + 6$, $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$ ja $10 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$.

Koska jokaisesta luvusta tiedetään, pitääkö se sijoittaa ensimmäiselle vai toiselle riville, jää jäljelle ainoastaan seuraavat sarakesummien ositukset: $8 = 1 + 7 = 2 + 6$, $11 = 3 + 8 = 5 + 6$, $7 = 1 + 6 = 3 + 4$ ja $10 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$. Huomataan, että luku 5 voidaan sijoittaa ainoastaan sarakkeen B riville 2 ja luku 6 sarakkeen B riville 1.

	A	**B**	**C**	**D**	
1		6			25
2		5			11
	8	11	7	10	

Jäljellä on enää seuraavat sarakesummien ositukset: $8 = 1+7$, $7 = 3+4$ ja $10 = 2+8 = 3+7$. Nyt sarakkeet A ja C ratkeavat yksikäsitteisesti:

	A	**B**	**C**	**D**	
1	7	6	4		25
2	1	5	3		11
	8	11	7	10	

Ristikko täydentyy nyt lopulliseen muotoonsa, koska jäljellä on enää yksi mahdollinen ositus sarakesummalle $10 = 8 + 2$.

	A	**B**	**C**	**D**	
1	7	6	4	8	25
2	1	5	3	2	11
	8	11	7	10	

Kysymys 3.

(a) Ratkaistu ristikko:

	A	**B**	**C**	**D**	
1	1	8	3	6	18
2	5	12	7	9	33
3	2	11	4	10	27
	8	31	14	25	

(b) Rivin 1 puuttuvien lukujen summa $18-8=10$ on ositettavissa seuraavilla neljällä tavalla: $10 = 1+2+7 = 1+3+6 = 1+4+5 = 2+3+5$. Sarakkeen D ensimmäinen luku on siis korkeintaan 7. Luvun on kuitenkin oltava vähintään 6, sillä muuten saraketta D ei saada täytettyä. Suurimmat käytettävissä olevat luvut ovat 9 ja 10 ja $25-10-9=6$. Luku on siis joko 6 tai 7. Luku 7 ei kuitenkaan ole mahdollinen, sillä lukua $25-7=18$ ei voi enää osittaa käytettävissä olevilla luvuilla. Sarakkeen D ensimmäinen luku on siis 6.

	A	**B**	**C**	**D**	
1		8		6	18
2		12			33
3		11			27
	8	31	14	25	

Riviltä 1 puuttuu kaksi lukua, joiden summan tulee olla $18-8-6=4$. Ainoa mahdollinen luvun 4 ositus on $4 = 1+3$. Sarakkeen C ensimmäisen luvun on oltava 3, sillä jos 3 olisi sarakkeessa A, olisi kyseisen sarakkeen puuttuvien lukujen summa $8-3=5=1+4=2+3$, eikä ositukseen sopivia lukuja ole enää käytettävissä. Sarakkeeseen A tulee siis 1 ja sarakkeeseen C tulee 3.

	A	**B**	**C**	**D**	
1	1	8	3	6	18
2		12			33
3		11			27
	8	31	14	25	

Sarakkeen D puuttuvien lukujen summa on $25-6=19$, jonka ainoa ositus on $19 = 10+9$. Sarakkeen A puuttuvien lukujen summa on $8-1=7$, ja sen ainoa mahdollinen ositus on $7=2+5$ (muita sopivia lukuja ei ole enää käytössä). Jos sarakkeen A toinen luku olisi 2, olisi sarakkeen C toinen luku joko 9 tai 10 (koska $33-2-12 = 19 = 9+10$). Kumpikin vaihtoehto on mahdoton, koska kyseisten lukujen ainoa mahdollinen paikka on sarakkeessa D. Sarakkeen A toisen luvun on siis oltava 5 ja kolmannen luvun on oltava 2.

	A	B	C	D	
1	1	8	3	6	18
2	5	12			33
3	2	11			27
	8	31	14	25	

Sarakkeen D puuttuvien lukujen summa on $25 - 6 = 19 = 10 + 9$. Jos sarakkeen D kolmas luku olisi 9, tulisi kolmannen rivin ainoaksi puuttuvaksi luvuksi $27 - 2 - 11 - 9 = 5$. Koska luku 5 on jo käytetty, on sarakkeen D kolmannen luvun oltava 10 ja toisen luvun on oltava 9.

	A	B	C	D	
1	1	8	3	6	18
2	5	12		9	33
3	2	11		10	27
	8	31	14	25	

Koska $33 - 5 - 12 - 9 = 7$ ja $27 - 2 - 11 - 10 = 4$, täydentyy ristikko valmiiksi.

	A	B	C	D	
1	1	8	3	6	18
2	5	12	7	9	33
3	2	11	4	10	27
	8	31	14	25	