

Tehtävä 3: Loogiset veräjät ja piirit

Tutustu tarkoin seuraavaan tekstiin ja vastaa sitä hyväksi käyttäen tehtävän loppuosassa esitettyihin neljään kysymykseen.

Kaikki tietokoneen käsittelemä ja tallentama tieto koostuu *biteistä*. Bitti tarkoittaa ns. *binäärijärjestelmän* eli kaksijärjestelmän lukua 0 tai 1. Vaikka binäärijärjestelmä sisältää vain nämä kaksi kantalukua, sillä voidaan esittää kaikki luvut ja kirjaimet. Binäärijärjestelmällä voidaan esittää myös esimerkiksi kuvia, musiikkia ja videoita.

Tietokoneen keskusyksikössä (eli prosessorissa) sijaitsee ns. *aritmeettis-looginen yksikkö* (ALU). Aritmeettis-loogisen yksikön *loogiset piirit* käsittelevät ja muokkaavat tietoa esittäviä bittijonoja. Aritmeettis-loogisessa yksikössä suoritetaan esimerkiksi laskutoimitukset.

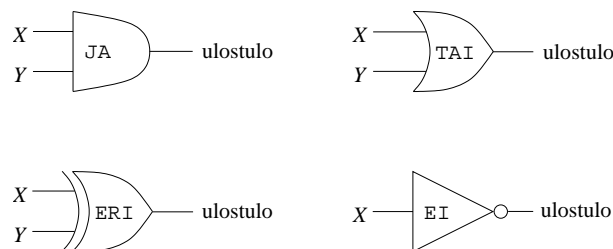
Loogiset piirit voidaan rakentaa hyvin pienestä joukosta erilaisia *loogisia veräjiä*, jotka valmistetaan esimerkiksi diodeista ja transistoreista. Tässä tehtävässä tarkastellaan neljää erilaista loogista veräjää: JA, TAI, ERI ja EI. Loogisilla veräjillä on sekä *sisääntuloja* (joita yleensä merkitään X ja Y) että *ulostulo*. Loogisten veräjien ulostuloarvot määräytyvät seuraavasti:

JA-veräjän ulostulon arvo on bitti 1, jos sen molemmissa sisääntuloissa X ja Y on bitti 1. Jos vähintään toinen sisääntuloista on 0, niin ulostulo on myös 0.

TAI-veräjän ulostulon arvo on 1, jos ainakin toisen sisääntulon arvo on 1. Jos molemmat sisääntulevat bitit X ja Y ovat 0, ulostulokin on 0.

ERI-veräjän ulostulon arvo on 1, jos sen sisääntulot X ja Y ovat eri arvoja. Jos sisääntulot ovat samat, niin ulostulo on 0.

EI-veräjän ulostulon arvo on 1, jos sen ainoan sisääntulon X arvo on 0. Jos sisääntulon X arvo on 1, niin ulostulon arvo on 0.

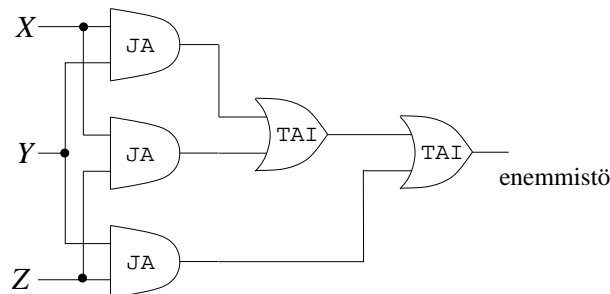


Kuva 1: Loogisten veräjien piirrossymbolit

Loogisia piirejä suunniteltaessa piirretään yleensä kaavioita. Tätä varten pitää loogisilla veräjillä olla omat piirrossymbolit. Piirrossymbolit on esitetty kuvassa 1.

Loogiset piirit siis muodostuvat yhteen liitetystä loogisista veräjistä. Kuten veräjillä, myös loogisilla piireillä on sisääntuloja (merkitään X, Y, Z, \dots) ja yksi tai useampi ulostulo.

Kuvassa 2 on esitetty looginen piiri, joka muodostaa bittien X, Y ja Z *enemmistön*. Piirin ulostuloa voidaan pitää *äänestystuloksena*, sillä ulostulon arvo on 1, jos vähintään kaksi sisääntuloarvoista on 1. Vastaavasti ulostulon arvo on 0, kun vähintään kahden sisääntulon arvo on 0. Huomaa kuvasta myös se, että selvyuden vuoksi ”johtojen” liitoskohdat usein vahvennetaan tummennetulla ympyrällä.



Kuva 2: Looginen piiri, joka muodostaa bittien X, Y ja Z enemmistön

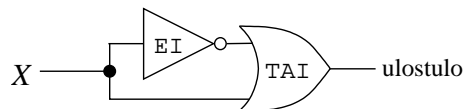
Loogisten piirien toimintaa voidaan kuvata *totuusarvotauluiksi* kutsutuilla taulukoilla, jotka esittävät ulostulon arvot sisääntulojen kaikilla mahdollisilla yhdistelmillä. Oheinen totuusarvotaulu kuvaa *enemmistön* laskevan loogisen piirin toiminnan.

X	Y	Z	enemmistö
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Tarkastellaan sisääntuloyhdistelmää $X = 1, Y = 0$ ja $Z = 1$. Nyt keskimmäisen JA-veräjän ulostulo on 1 ja muitten JA-veräjien ulostulo on 0. Tästä seuraa, että ensimmäisen TAI-veräjän toisen sisääntulon arvo on 1, joten tämän TAI-veräjän ulostulo on välttämättä 1. Täten jälkimmäisenkin TAI-veräjän toinen sisääntulo on 1 ja koko piirin ulostulon arvo on 1.

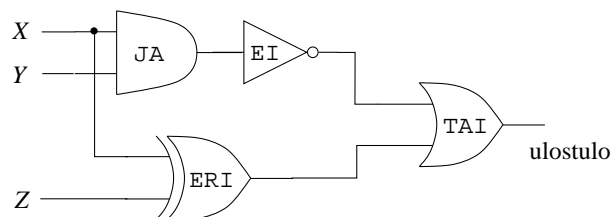
Kysymykset

Kysymys 1. Voiko seuraavassa kuvassa olevan loogisen piirin ulostulon arvo koskaan olla 0? Perustele vastauksesi!



(maksimipistemäärä 4)

Kysymys 2. Laadi seuraavassa kuvassa olevan loogisen piirin totuusarvotaulu, joka kuvaa piirin ulostulon arvoa sisääntulojen X , Y ja Z kaikilla mahdollisilla arvoyhdistelmillä. Tarkastele yksityiskohtaisesti sitä, miten päädyit vastaukseen sisääntuloa $X = 1$, $Y = 1$ ja $Z = 0$ vastaavalla rivillä.



(maksimipistemäärä 6)

Kysymys 3. Muodosta *pelkkiä* TAI- ja EI-veräjiä käyttämällä looginen piiri, joka toimii kuten JA-veräjä: piirillä on kaksi sisääntuloa X ja Y , ja ulostulon arvo on 1, jos $X = 1$ ja $Y = 1$; muilla sisääntuloarvoilla ulostulo on 0.

(maksimipistemäärä 6)

Kysymys 4. Muodosta looginen piiri, jolla on kuusi sisääntuloa x_1 , x_2 , x_3 , y_1 , y_2 , ja y_3 , ja jonka tehtävänä on vertailla keskenään bittijonojen $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle$ ja $\langle y_1, y_2, y_3 \rangle$ yhtäsuuruutta. Piirin ulostulon arvo on 1, jos bittijonot $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle$ ja $\langle y_1, y_2, y_3 \rangle$ ovat täsmälleen samat, ja 0 muutoin. Esimerkiksi sisääntuloilla $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle = \langle 1, 0, 1 \rangle$ ja $\langle y_1, y_2, y_3 \rangle = \langle 1, 0, 0 \rangle$ ulostulon arvo pitää olla 0.

(maksimipistemäärä 9)